令和7年度入学試験問題

数　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

（工学部）

（注意事項）

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12ページあります。
また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚（ $\boxed{\textbf{62}}$ から $\boxed{\textbf{66}}$ まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，
問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，
手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。
受験番号は，裏面の記入例にならって，マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答は解答紙のおもてに記入しなさい。
また，必要なら裏面を用いても構いません。
6. 小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	W	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

数　　学

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

（工 学 部）

【１】（配点 30 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{62}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

xyz 空間内において，点 $\mathrm{A}(\frac{1}{2}, 0, 4)$ とし，3 点 $(0, 0, 2)$, $(1, 0, 3)$, $(0, 1, 3)$ を通る平面を α とする。また，点 $\mathrm{P}(s, t, u)$ は平面 α 上の点とし，$s + t \fallingdotseq 2$ のとき，2 点 A, P を通る直線と平面 $z = 0$ との交点を Q とする。以下の問いに答えよ。

(1) u を s と t を用いて表せ。

(2) 点 Q の x 座標，y 座標のそれぞれを s と t を用いて表せ。

(3) s と t が $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき，点 Q が平面 $z = 0$ に描く軌跡を求めよ。

（下書き用紙）

〔 2 〕 (配点 30 点)

この問題の解答は，解答紙 **63** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

連続関数 $g(x), h(x)$ はともに $0 \leqq 3x \leqq 1$ の範囲で定義され，$0 < 3x < 1$ 上で何回でも微分可能であると仮定する。さらに

$$\sin(g(x)) = \cos(h(x)) = 3x$$

$$g(0) = 0, \quad h(0) = \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leqq g(x) \leqq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leqq h(x) \leqq \pi$$

の条件を満たす。$0 < 3x < 1$ 上の関数 f を $f(x) = g(x)h(x)$ とおき， f の第 n 次導関数を $f^{(n)}(x) = \dfrac{d^n}{dx^n}f(x)$ と表すとき， 以下の問いに答えよ。

(1) $0 < 3x < 1$ 上で $(9x^2 - 1)f^{(2)}(x) + 9xf^{(1)}(x)$ はある定数となる。 その値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \lim\limits_{x \to +0} f^{(n)}(x) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ と定める。$a_{n+2} = y_n a_n$ を満たす n の多項式 y_n を求めよ。

（下書き用紙）

〔 3 〕（配点 30 点）

この問題の解答は，解答紙 **64** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

1 番から 10 番までの番号が付けられた 10 個のボールを袋の中から無作為に 1 つ取り出して，番号を記録し戻すという操作を k 回繰り返す。このとき，取り出したボールに 1 番から 6 番までの番号は 1 回も含まれず，7 番の番号が n 回含まれている確率を P_n とする。ただし，$k > n$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) P_n を k と n を用いて表せ。

(2) $k = 100$ のとき，P_n が最大となる n を求めよ。

(3) P_n が最大となる n が 2 つ存在するための k の条件を求めよ。

（下書き用紙）

【 4 】（配点 30 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{65}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

xy 平面上の曲線 C を，媒介変数 θ を用いて次のように定める。

$$x = -\cos\theta - \theta\sin\theta, \quad y = \sin\theta - \theta\cos\theta \qquad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{dx}{d\theta}$ および $\dfrac{dy}{d\theta}$ を計算して θ に対する x，y の増減と極値を調べ，曲線 C の概形を図示せよ。ただし，曲線 C と y 軸に平行な直線が接するときの接点の座標も求めること。

(2) $\theta = 0$ の位置から曲線 C 上を動く点 P を考える。点 P の軌跡の長さが $\dfrac{2}{9}\pi^2$ に達するときの θ を θ_1 と定める。θ_1 を求めよ。

(3) (2) で定めた θ_1 に対応する点 P を点 P_1 とする。点 P_1 から y 軸に垂線を引くとき，この垂線，曲線 C，x 軸，y 軸で囲まれる面積を求めよ。

（下書き用紙）

【 5 】（配点 30 点）

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{66}}$ の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$\sqrt{3}(i-1)z \neq -(7+i)$ となる複素数 z に対し，複素数 $f(z)$ を

$$f(z) = \frac{(5+3i)z + \sqrt{3}(i-1)}{\sqrt{3}(i-1)z + 7 + i}$$

と定める。 以下の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{3}(i-1)z \neq -(7+i)$ となるすべての複素数 z に対し，
$f(z) = \dfrac{(1+3\lambda)z + \sqrt{3}(\lambda-1)}{\sqrt{3}(\lambda-1)z + 3 + \lambda}$ となる複素数 λ を λ_1 と定める。λ_1 を求めよ。

(2) 複素数 λ_1 を (1) で定めたものとする。$|z| = |\lambda_1|$ となるすべての複素数 z に対し $|3 + z^m| > |\sqrt{3}(z^m - 1)|$ が成立する最小の自然数 m を求めよ。

(3) $|z| = 1$ となる複素数 z に対し，複素数の列 $z_0,\ z_1,\ z_2,\ \cdots\cdots$ を次のように定める。 $z_0 = z$ とし，自然数 n に対し z_{n-1} まで定まったとき $z_n = f(z_{n-1})$ とする。このとき，z_2 を z を用いて表し z_n を推測せよ。また，その結果を数学的帰納法で証明せよ。

(4) $|z| = 1$ となる複素数 z に対し，複素数 z_n を (3) で定めたものとする。r_n を z_n の実部とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} r_n$ を求めよ。

（下書き用紙）

（下書き用紙）