

**エキゾチックな対称性を持つ理論の存在を示唆する解析的・数値的証拠を発見****～Haagerup 対称性の謎に新たな手がかり～****ポイント**

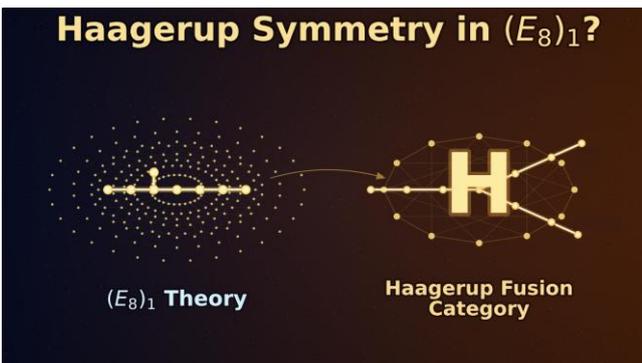
- ① 共形場理論(※1) は臨界現象における普遍的な性質を記述するが、Haagerup融合圏(※2)を対称性(※3)として実現する共形場理論は十分に解明されていなかった。
- ② 数学的に存在が予言されていたある種類の共形場理論の存在を仮定すると、その理論が実際にHaagerup対称性(※4)を持つことを解析的に明らかにした。さらに、対称性によって強化された「モジュラーブートストラップ(※5)」によってこの対称性を備えた共形場理論についての新たな数値的証拠を得た。
- ③ 本研究で得られた知見はHaagerup対称性を持つ理論の解明に留まらず、無理共形場理論(※6)をはじめとする未知の共形場理論を解明するための重要な手がかりになると期待される。

**概要**

「対称性」は理論物理学において中心的な役割を果たしており、物理系を特徴づける強力な道具です。特に、2次元共形場理論では豊富な種類の対称性が実現されており、それらは融合圏という数学的枠組みで記述されます。しかし、Haagerup融合圏で記述される対称性を実現する2次元共形場理論は未だ知られておらず、その実現は長年の未解決課題です。

九州大学高等研究院のKaidi Justin准教授、大学院理学府の本田大和博士課程大学院生、プリンストン大学のJan Albert 研究員、中国科学院大学カブリ理論科学研究所のYunqin Zheng助教からなる共同研究グループは、数学者によってその存在を予言された、ある共形場理論がHaagerup融合圏をなす対称性を実現していることを解析的に明らかにしました。また、対称性によって強化された「モジュラーブートストラップ」と呼ばれる最新の数値的手法を用いて、この対称性を有する理論の存在を裏付ける新たな数値的証拠を得ました。これらの結果は、Haagerup融合圏を実現する共形場理論を巡る謎の解明に向けた大きな一歩となるだけでなく、無理共形場理論をはじめとする未知の共形場理論の発見にも繋がることと期待されます。

本研究成果は米国物理学協会発行の学術誌「Physical Review Letters」のオンライン版に、2026年3月2日(月)付で公開されました。

**研究者からひとこと：**

これまで主に数学の文脈で研究されてきたHaagerup対称性が、実際の物理理論として現れる可能性を示す結果が得られました。今後、このエキゾチックな対称性の物理的理解がさらに進むことを期待しています。(Kaidi Justin 准教授)

**図 (E8)<sub>1</sub> から Haagerup 対称性へ**

Haagerup 対称性を持つ共形場理論の存在を示唆する解析的・数値的証拠を得た。

## 【研究の背景と経緯】

私たちの身の回りでは、水が沸騰して水蒸気になったり、磁石が熱せられて磁力を失ったりといった、物質の状態が大きく変わる「相転移」という現象が肉眼でも観察することができます。この相転移点における臨界現象を記述するのに欠かせないのが「共形場理論」です。共形場理論は単に物質の性質を説明するだけでなく、量子重力理論や量子計算などの現代物理学のあらゆる分野で共通の言語として使われています。

一方で、「対称性」に着目することで私たちは複雑な物理現象をより深く理解することができます。特に、2次元時空を記述する共形場理論は非常に多様な対称性を実現していることが分かっており、これらは融合圏と呼ばれる数学的枠組みで記述されます。しかし、共形場理論においてその実現が未だ知られていない融合圏も数多く存在します。その最たる例がHaagerup融合圏です。この融合圏は数学的にも特異な構造を持っており、これを対称性として備えた共形場理論を解明することは長年の課題となっていました。

本研究では、解析的・数値的手法の双方から、Haagerup融合圏を実現する共形場理論の解明を目指しました。

## 【研究の内容と成果】

共同研究グループは、数学者によって予言されていたある種類の共形場理論に着目し、それらに関連した理論がHaagerup融合圏を持つことを解析的に明らかにしました。特に、中心電荷(※7) $c=8$ の理論の存在を仮定すると、ある意味で最も単純な共形場理論である(E<sub>8</sub>)<sub>1</sub> WZW (Wess-Zumino-Witten) モデルが実際にHaagerup融合圏を持つことを明らかにしました。

さらに、「対称性によって強化されたモジュラーブーツストラップ」という最新の数値的手法を用いて、Haagerup融合圏を実現している共形場理論の中心電荷とスペクトラム(※8) を抽出しました。その結果、中心電荷 $c\approx 2$ および6付近に、Haagerup対称性と整合する理論の存在を示唆するキंक(※9)を観測しました(図1)。数値計算は九州大学のスーパーコンピュータ「玄界」およびプリンストン大学のDella クラスタによって実行されました。

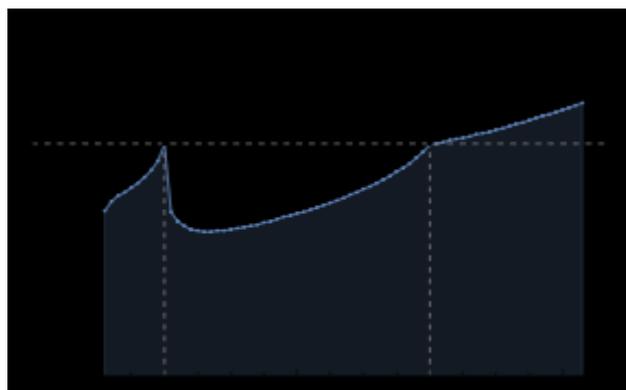


図1 Haagerup 対称性を持つ共形場理論の存在を示唆する数値的結果  
九州大学スーパーコンピュータ「玄界」による結果

## 【今後の展開】

2次元共形場理論は、これまで多くのモデルにおいて深い理論的理解が進んできました。一方で、無理共形場理論のように未だにその全容が解明されていない未知の領域も数多く存在していると考えられています。本研究で得られたHaagerup対称性に関する解析的・数値的な知見はこうした未知の共形場理論を解明する手がかりになると期待されます。

## 【用語解説】

### (※1) 共形場理論

共形変換と呼ばれる、並進・回転・拡大縮小などの変換の下で性質が変わらない場の量子論。

### (※2) 融合圏

数学的構造の一つであり、ある意味で群という構造を一般化した概念。

### (※3) 対称性

ある変換を加えても物理法則や理論が変わらないという性質のことで、物理系を特徴づける最も重要な概念。

### (※4) Haagrup対称性

デンマークの数学者Uffe Haagerupにちなんで名付けられたHaagerup融合圏に基づく、通常の群対称性では表せない非常に珍しいタイプの対称性。

### (※5) モジュラーブートストラップ

モジュラー不変性と呼ばれる共形場理論が満たすべき整合性条件を用いて、この条件と不整合な理論を排除する手法。

### (※6) 無理共形場理論

中心電荷が無理数である共形場理論の総称。中心電荷が有理数である有理共形場理論が深く理解されている一方で、無理共形場理論はそのほとんどが未解明である。

### (※7) 中心電荷

2次元共形場理論の自由度に相当し、理論を指定する基本的な量である。

### (※8) スペクトラム

理論が持つ物理的状態の分布。

### (※9) キンク

数値ブートストラップの許容領域の境界に現れる鋭い折れ曲がり。多くの場合、その点に実際の共形場理論が存在することを示唆する特徴として知られている。

## 【謝辞】

本研究は JSPS 学振 (No. 25KJ1925)、Simons Foundation Grant (No. 917464)、NSFC Grant (No. 12505093)、および稲盛財団の助成を受けたものです。

## 【論文情報】

掲載誌：Physical Review Letters

タイトル：Haagerup Symmetry in (E8)<sub>1</sub>?

著者名：Jan Albert, Yamato Honda, Justin Kaidi, Yunqin Zheng  
D O I : 10.1103/6tzz-tvp7

【お問合せ先】

<研究に関すること>

九州大学 高等研究院 准教授 Kaidi Justin (カイディ・ジャスティン)

TEL : 092-802-4095

Mail : kaidi.justin@phys.kyushu-u.ac.jp

<報道に関すること>

九州大学 広報課

TEL : 092-802-2130 FAX : 092-802-2139

Mail : koho@jimu.kyushu-u.ac.jp